

Substitutionen für Integrale

Vorbemerkung

Nachfolgend sind die am Häufigsten benötigten Substitutionen für Integrale aufgeführt. Es muss aber beachtet werden, dass diese Substitutionen nur als Empfehlungen angesehen werden können. Im Einzelfall mag ein anderes Vorgehen sinnvoll sein! Auch gelten diese Empfehlungen nur für Integrale bei denen überhaupt eine Substitution anzuwenden ist.

1 Funktionstyp und empfohlene Substitution

1.1 Brüche:

$$F: I = \int \frac{u(x)}{v(x)} dx \quad \text{Sub: } z = v(x)$$

1.2.1 Quadratische Wurzeln mit quadratischen Radikanten:

$$F: I = \int f(\sqrt{a^2 - x^2}) dx \quad \text{Sub: } x^2 = a^2 \sin^2(z)$$

1.2.2 Quadratische Wurzeln mit quadratischen Radikanten:

$$F: I = \int f(\sqrt{x^2 - a^2}) dx \quad \text{Sub: } x^2 = \frac{a^2}{\cos^2(z)}$$

1.2.3 Quadratische Wurzeln mit quadratischen Radikanten:

$$F: I = \int f(\sqrt{x^2 + a^2}) dx \quad \text{Sub: } x^2 = a^2 \tan^2(z)$$

1.3 Wurzeln (sofern der Radikant nicht quadratisch ist):

$$F: I = \int f(\sqrt[n]{u(x)}) dx \quad \text{Sub: } z = \sqrt[n]{u(x)}$$

1.4 Verkettete goniometrische Funktionen

1.4.1 Goniometrische Funktionen des Typs goniom(u):

$$\begin{aligned} I &= \int \sin(u(x)) dx \\ F: I &= \int \cos(u(x)) dx \\ I &= \int \tan(u(x)) dx \end{aligned} \quad \text{Sub: } z = u(x)$$

1.4.2 Goniometrische Funktionen des Typs u(goniom):

$$\begin{aligned} I &= \int u(\sin(x)) dx \\ F: I &= \int u(\cos(x)) dx \\ I &= \int u(\tan(x)) dx \end{aligned} \quad \text{Sub: } z = \tan\left(\frac{1}{2}x\right)$$

2 Nützliche Verknüpfungen (Additionstheoreme)

$$\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) = 1$$

$$\sin(\varphi) = \frac{\tan(\varphi)}{\sqrt{1+\tan^2(\varphi)}}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2(\varphi)}}$$