Doppler-Effekt für Schall

Werden Wellen von bewegten Sendern ausgesandt, oder von bewegten Empfängern aufgenommen, erscheinen die Wellenlängen innerhalb und außerhalb dieser Objekte verkürzt oder verlängert. Zur Beschreibung dieses Phänomens, des Doppler-Effektes, werde zunächst eine Zählrichtung und eine Begrifflichkeit festlegt.

Die Zählrichtung, also die Vorzeichenfestlegung, sei so gewählt, dass gegenüber einem unbeteiligten, ruhenden Betrachter, die Wellen von einem Sender zu einem Empfänger gesandt werden und die Bewegungen des Senders und des Empfängers in Ausbreitungsrichtung der Wellen, als positiv angesehen werden. Unter 'vor' sei dann die räumliche Position in negativer Achsrichtung und unter 'hinter' die räumliche Position in positiver Achsrichtung zu verstehen.

Befindet sich also etwa der Empfänger in einer Position, die in den Bewegungskordinaten des Senders negativ, also 'vor' dem Sender, ist, so ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle negativ anzusetzen (da sie entgegen der Senderbewegung laufend ist).

Es seien

v_0: Die Wellen-Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium

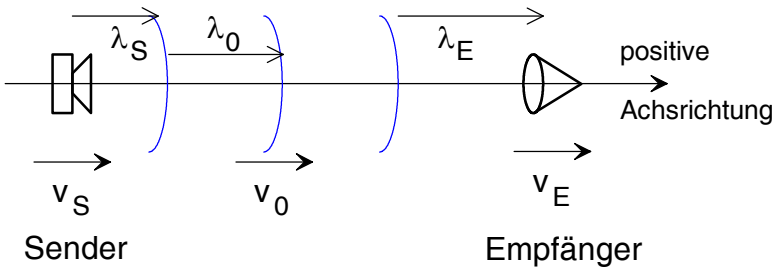
v_S: Die Geschwindigkeit des Senders

v_E: Die Geschwindigkeit des Empfängers

λ_0: Die Wellenlänge im Medium

λ_S: Die Wellenlänge des Senders

λ_E: Die Wellenlänge des Empfängers



Eine Betrachtung am Sender ergibt dann für die Wellenlänge im Medium

hinter dem Sender eine Wellenlängenverlängerung $\lambda_0 = \lambda_S + \Delta\lambda$

vor dem Sender eine Wellenlängenverkürzung $\lambda_0 = \lambda_S - \Delta\lambda$

Durch die Beschreibung der Wellenlängenänderung über die Sendergeschwindigkeit $v_S = \frac{\Delta\lambda}{t_S}$

und die Signallaufzeit über die Ausbreitungsgeschwindigkeit $v_0 = \frac{\lambda_0}{t_S}$

ergeben sich die Wellenlängenbeschreibungen

$$\lambda_0 = \lambda_S + \frac{v_S}{v_0}\lambda_0 \qquad \text{bzw.} \qquad \lambda_0 = \lambda_S - \frac{v_S}{v_0}\lambda_0,$$

deren Umstellungen auf die Gleichungen der Wellenlängen im Medium führen:

Hinter dem Sender $\lambda_0 = \lambda_S \frac{v_0}{v_0 - v_S}$

Vor dem Sender $\lambda_0 = \lambda_S \frac{v_0}{v_0 + v_S}$

Eine analoge Betrachtung liefert für den Empfänger mit

$\lambda_0 = \lambda_E - \Delta\lambda$ (vor dem Empfänger)

$\lambda_0 = \lambda_E + \Delta\lambda$ (hinter dem Empfänger)

die scheinbaren Wellenlängen am Empfänger. Es ergeben sich

hinter dem Empfänger $\lambda_E = \lambda_0 \frac{v_0 + v_E}{v_0}$

vor dem Empfänger $\lambda_E = \lambda_0 \frac{v_0 - v_E}{v_0}$

Fazit

Die scheinbare Wellenlänge am Empfänger, ergibt sich aus der vom Sender ausgesandten Wellenlänge, durch das Einsetzen der Beschreibungen für den Sender und den Empfänger ineinander, zu:

$$\lambda_E = \frac{v_0 + v_E}{v_0 + v_S}\lambda_S$$

Entsprechend lassen sich die zugehörigen Frequenzen angeben:

$$f_E = \frac{v_0 + v_S}{v_0 + v_E} f_S$$

Beachte: Befindet sich der Sender in Bewegungsrichtung vor dem Empfänger, ist die Signalgeschwindigkeit negativ.