

Ableitungsregeln

Im Folgenden sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; y = f(x)$; $u \equiv u(x)$ und $v \equiv v(x)$

Die Ableitung einer Funktion mit konstantem Koeffizienten

$$y = a f(x)$$

$$y' = a f'(x)$$

Die Ableitung einer Summe

$$y = u + v$$

$$y' = u' + v'$$

Die Ableitung eines Produktes

$$y = u v$$

$$y' = u' v + v' u$$

Die Ableitung eines Quotienten

$$y = \frac{u}{v}$$

$$y' = \frac{u' v - v' u}{v^2}$$

Die Ableitung einer Kette

$$y = u(v(\dots x))$$

$$y' = u' v' \quad \text{d.h.:}$$

$$y' = u'(v(\dots x)) v'(\dots x)$$

$$y' = \frac{du}{dv} \frac{dv}{dx}$$

Die Ableitung einer Logarithmusfunktion

$$y = \ln |f(x)|$$

$$y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

Die Ableitung einer Umkehrfunktion

$$y = f(x)$$

$$y' = \frac{1}{x'} \quad \text{d.h.:}$$

$$y' = \frac{1}{\left(f^{-1}(y)\right)'}$$

Die Ableitungen der Elementarfunktionen

Für $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; y = f(x)$ gilt: Ist f eine Funktion, so ist f' die zugehörige Ableitungsfunktion, gemäß:

Funktion f	Ableitungsfunktion f'
--------------	-------------------------

$$y = C, C = \text{const.}$$

$$y' = 0$$

$$y = a x^n; a, n = \text{const.}$$

$$y' = a n x^{n-1}$$

$$y = a e^{bx+c}; a, b, c = \text{const.}$$

$$y' = a b e^{bx+c}$$

$$y = \ln(x)$$

$$y' = \frac{1}{x}$$

$$y = \ln(v(x))$$

$$y' = \frac{v'(x)}{v(x)}$$

$$y = \sin(x)$$

$$y' = \cos(x)$$

$$y = \cos(x)$$

$$y' = -\sin(x)$$

$$y = \tan(x)$$

$$y' = 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$$

$$y = \arcsin(x)$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y = \arccos(x)$$

$$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y = \arctan(x)$$

$$y' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$y = \sinh(x)$$

$$y' = \cosh(x)$$

$$y = \cosh(x)$$

$$y' = \sinh(x)$$

$$y = \tanh(x)$$

$$y' = 1 - \tanh^2(x) = \frac{1}{\cosh^2(x)}$$

$$y = \operatorname{arsinh}(x)$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$y = \operatorname{arcosh}(x)$$

$$y' = \pm \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$y = \operatorname{artanh}(x)$$

$$y' = \frac{1}{1-x^2}$$

Beachte: asin; acos; atan sind Kurzschreibweisen für 'arc sin'; 'arc cos'; 'arc tan'