

Zur Vermeidung von Missverständnissen, wird ein Absatz neu eingefügt:

5.2 Bestimmung der Pivot-Zeile

5.2.1 Bildung der Prüfquotienten

Es ist zu klären, welche Un-Gleichung die Vergrößerung der Variablen x_p (p : Pivot-Spalte) am Stärksten einschränkt.

Es werden in den Zeilen i (außer der Zielfunktionszeile) die Prüfquotienten q_i gebildet, mit¹

$$q_i = \frac{a_{i;p}}{b_i} ; \quad b_i \neq 0$$

Ist der Nenner gleich Null, so geht der Bruch gegen Unendlich, für positive Zähler ergibt sich damit ein (zulässiger) unendlicher Prüfquotient

$$q_i \rightarrow \begin{cases} +\infty & \text{für } 0 < a_{i;p} \Rightarrow \text{gültiger Prüfquotient} \\ \text{nicht definiert} & \text{für } 0 = a_{i;p} \Rightarrow \text{entfällt} \\ -\infty & \text{für } 0 > a_{i;p} \Rightarrow \text{entfällt} \end{cases}$$

Die Prüfquotienten werden hinter der jeweiligen Zeile des Tableaus eingetragen:

$$\begin{array}{cccc|cccc|ccc|c} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1;p} & \dots & a_{1,n} & | & 1 & 0 & \dots & 0 & | & b_1 & | & q_1 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2;p} & \dots & a_{2,n} & | & 0 & 1 & \dots & 0 & | & b_2 & | & q_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & | & \vdots & \vdots & & \vdots & | & \vdots & | & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \dots & a_{m;p} & \dots & a_{m,n} & | & 0 & 0 & \dots & 1 & | & b_m & | & q_m \\ \hline a_{r,1} & a_{r,2} & \dots & a_{r;p} & \dots & a_{r,n} & | & 0 & 0 & \dots & 0 & | & c & & \\ & & & \uparrow & & & & & & & & & & & \\ & & & \text{Pivot-Spalte} & & & & & & & & & & & \end{array}$$

mit $q_1 = \frac{a_{1p}}{b_1} ; q_2 = \frac{a_{2p}}{b_2} ; \dots$

¹ In der Literatur findet sich häufig die Prüfquotientenbildung in der Form:

$$q_i = \frac{b_i}{a_{i,p}} \dots$$

(Diese Version ergibt sich zwar aus der Herleitung der Vorgehensweise, ist jedoch vom praktischen Standpunkt nicht so geeignet, da die Beurteilungskriterien für diese Prüfquotienten dann sehr unübersichtlich werden!)

Im nachfolgenden Abschnitt werden zwei Fußnoten neu eingefügt:

5.2.2 Auswahl der Pivot-Zeile

Gibt es einen größten positiven Prüfquotienten q_t , wird die Zeile, in der q_t steht, zur Pivot-Zeile. Es empfiehlt sich, die Pivot-Zeile zu markieren.

5.2.3 Beurteilung der Prüfquotienten

Es sind nun 3 Fälle zu unterscheiden:

5.2.3.1 Fall 1

Es gibt **einen größten positiven** Prüfquotienten. Die Zeile mit der stärksten Einschränkung ist gefunden.²

Weiter mit Abschnitt 5.3

5.2.3.2 Fall 2

Sind alle Prüfquotienten **kleiner oder gleich Null** folgt:

Es gibt kein Optimum!

Das heißt: aus $q_i \leq 0$ für alle $i \Rightarrow$

Ende ohne Optimum

5.2.3.3 Fall 3

Gibt es **mehrere größte positive** Prüfquotienten³ (das heißt: $q_{t1} = q_{t2} = \dots$), ist es empfehlenswert, zur Vermeidung von Basiszyklen (das heißt: Einem wiederholten Auftreten des gleichen Tableaus), weitere Auswahlkriterien zur Bestimmung der Pivot-Zeile heranzuziehen. Hierzu werden die Prüfquotienten q_v in den Zeilen mit gleichen maximalen Prüfquotienten q_t gebildet:

$$q_v = \frac{a_{i\mu}}{b_i} \quad \text{mit} \quad \mu \in \{n+1, n+2, \dots, n+m\}$$

Das heißt: Es werden zunächst die Koeffizienten der ersten Schlupfvariablenspalte durch die Absolutglieder dividiert. Bei Gleichheit mehrerer positiver Quotienten sollte das Verfahren mit der zweiten (dritten, vierten, ...) Schlupfvariablenspalte wiederholt werden, bis **ein größter positiver** Prüfquotient und damit die Pivot-Zeile gefunden ist.

² Unendlich ist größer als alle reellen Zahlen.

³ Unendlich wird hier als gleich mit Unendlich angesehen.