

4.4 Hilfsproblem zur Ermittlung einer zulässigen Anfangslösung

Um sicherzustellen, dass die nach dem ersten Optimierungsschritt gefundene Lösung zulässig ist, wird zunächst ein Hilfsproblem optimiert.

Eine **zweite** (das heißt: zusätzliche) **Zielfunktion** wird dem Tableau angefügt. In jeder Spalte wird die Summe der Koeffizienten der Einschränkungszeilen gebildet. Die negative Summe gibt den Koeffizienten dieser Spalte, in der zweiten Zielfunktionszeile. Die Koeffizienten der Schlupfvariablenspalten, in der zweiten Zielfunktionszeile, werden gleich Null gesetzt.

Das heißt: Es sei das Tableau

$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	...	$a_{1,n}$		1	0	...	0		b_1
$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	...	$a_{2,n}$		0	1	...	0		b_2
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$a_{m,1}$	$a_{m,2}$	...	$a_{m,n}$		0	0	...	1		b_m
$a_{r,1}$	$a_{r,2}$	...	$a_{r,n}$		0	0	...	0		c

gegeben.

In **jeder** Spalte werden die Koeffizienten $a_{1,j}$; ...; $a_{m,j}$ bzw. b_1 ; ...; b_m aufsummiert und danach mit (-1) multipliziert, also

$$a_{r2,j} = -(a_{1,j} + a_{2,j} + \dots + a_{m,j}) \quad \text{bzw.}$$

$$c_2 = -(b_1 + b_2 + \dots + b_m)$$

Damit ergibt sich das neue Tableau:

$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	...	$a_{1,n}$		1	0	...	0		b_1
$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	...	$a_{2,n}$		0	1	...	0		b_2
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$a_{m,1}$	$a_{m,2}$	...	$a_{m,n}$		0	0	...	1		b_m
$a_{r,1}$	$a_{r,2}$	...	$a_{r,n}$		0	0	...	0		c
$a_{r2,1}$	$a_{r2,2}$	...	$a_{r2,n}$		0	0	...	0		c_2

Sind in dieser zweiten Zielfunktion alle Koeffizienten $a_{r2,1}$; ...; $a_{r2,n}$ kleiner oder gleich Null, so wird diese Zeile mit (-1) multipliziert.

Ergänzung (grün hervorgehoben) zum Buch: HELGE NORDMANN; Lineare Optimierung -- ein Rezeptbuch; 2. Auflage; 2002; ISBN 978-3-8311-4446-4

Hierdurch wird sichergestellt, dass es mindestens einen größten positiven Koeffizienten gibt und damit eine Spalte mit besonders stark, den Funktionswert vergrößernden Einfluss, identifizierbar ist.

B 4.4.1 Fortführung des durchgehend behandelten Beispiels B 2.2.1

Aus dem Tableau (aus B 4.3.1)

4	0		1	0	0		20
0	2		0	1	0		8
2	2		0	0	1		18
0,5	1		0	0	0		0

wird durch Anfügen der zweiten Zielfunktion:

4	0		1	0	0		20
0	2		0	1	0		8
2	2		0	0	1		18
0,5	1		0	0	0		0

R2 **-6 -4 | 0 0 0 | -46**

Da es keinen positiven Koeffizienten in der zweiten Zielfunktion gibt, wird diese Zeile mit (-1) multipliziert. Es ergibt sich damit das Tableau:

4	0		1	0	0		20
0	2		0	1	0		8
2	2		0	0	1		18
0,5	1		0	0	0		0
R2	6	4	 	0	0	 	46

5.4 Prüfung auf Optimalität

5.4.1 Optimum bei zweiter Zielfunktion

Es sind drei Fälle zu unterscheiden:

5.4.1.1 Fall 1

Das Hilfsproblem ist gelöst, falls

➤ das Absolutglied der zweiten Zielfunktion kleiner oder gleich Null ist

oder

➤ alle Koeffizienten der zweiten Zielfunktion kleiner oder gleich Null sind

Damit ist eine zulässige Anfangslösung ist gefunden. In diesem Fall wird die zweite Zielfunktion fortgelassen und gemäß Kapitel 5 weiter optimiert.

Weiter mit Abschnitt 5.1

5.4.1.2 Fall 2

Gibt es in der zweiten Zielfunktion noch positive Koeffizienten $a_{rj} > 0$, wird das Hilfsproblem gemäß Kapitel 5 weiter optimiert.

Weiter mit Abschnitt 5.1

5.4.1.3 Fall 3

Ist das Absolutglied der zweiten Zielfunktion größer oder gleich Null und in der zweiten Zielfunktion gibt es nur noch Koeffizienten $a_{rj} \leq 0$, dann gibt es **kein Optimum**, die Lösung ist leer.

Ende ohne Optimum